四庫全書

子部

欽定四庫全書

歷算全書卷四十八

宣城梅文鼎撰

句股闡微卷三

句股法解幾何原本之根

句股冪與弦冪相等圖

甲乙丙句股形　乙辛大方為弦冪　弦冪内兼有句

股二冪

論曰試於弦冪作對角之乙子線與甲丙股平行而等又作丙丁對角線與甲乙句平行與乙子線遇於子成十字正角則丙子與甲乙句相等戊乙子丙句股形與甲乙丙句股形等又作辛癸及庚戊兩線皆與丙丁等亦與乙子等而皆與甲丙股等又辛丁及癸庚及戊乙皆與丙子等即皆與甲乙句等則

弦冪內所作四句股形皆與原設句股形等於是以丙丁辛形移作乙壬庚以癸庚辛形移作甲乙丙成甲丙丁癸庚壬磬折形末引丁癸至巳截成大小二方形則丙巳方形即股冪癸壬小方即句冪也

若先有丙巳股冪癸壬句冪則聯為磬折形而移乙壬庚

句股補於丙丁辛之位移甲乙丙句股補於癸庚辛之位即復成乙辛大方而為弦冪

又法

甲乙丙句股形　乙丙弦　其冪乙戊丁丙

甲丙股其冪甲壬辛丙　甲乙句其冪乙庚癸甲

法於原形之甲正角作十字線分弦冪為兩長方一為丑子丁丙準股冪一為丑子戊乙準句冪又引之至己又自庚癸自壬辛並引之至己而成方角

次移甲丑丙句股補己子丁虛形又移己壬甲句股補

丁辛丙虛形即成股冪而與丑子丁丙長方等積

又移甲丑乙句股補己子戊虛形再移己卯戊句股補

戊癸寅虛形又移戊卯甲癸形補癸寅乙庚虛形即成

句冪而與丑子戊乙等積

解幾何二卷第五題　第六題

甲丙為弦　丁丙為句　丁甲句弦和　乙丁句弦較丁甲同丁壬甲癸並同

庚辛戊巳弦冪也　巳句冪也　戊庚辛較乘和之長方冪也

移戊補戊移庚辛補庚辛而弦冪內凈多一巳形即句

冪也故弦冪內有和較相乘之長方又有句冪也

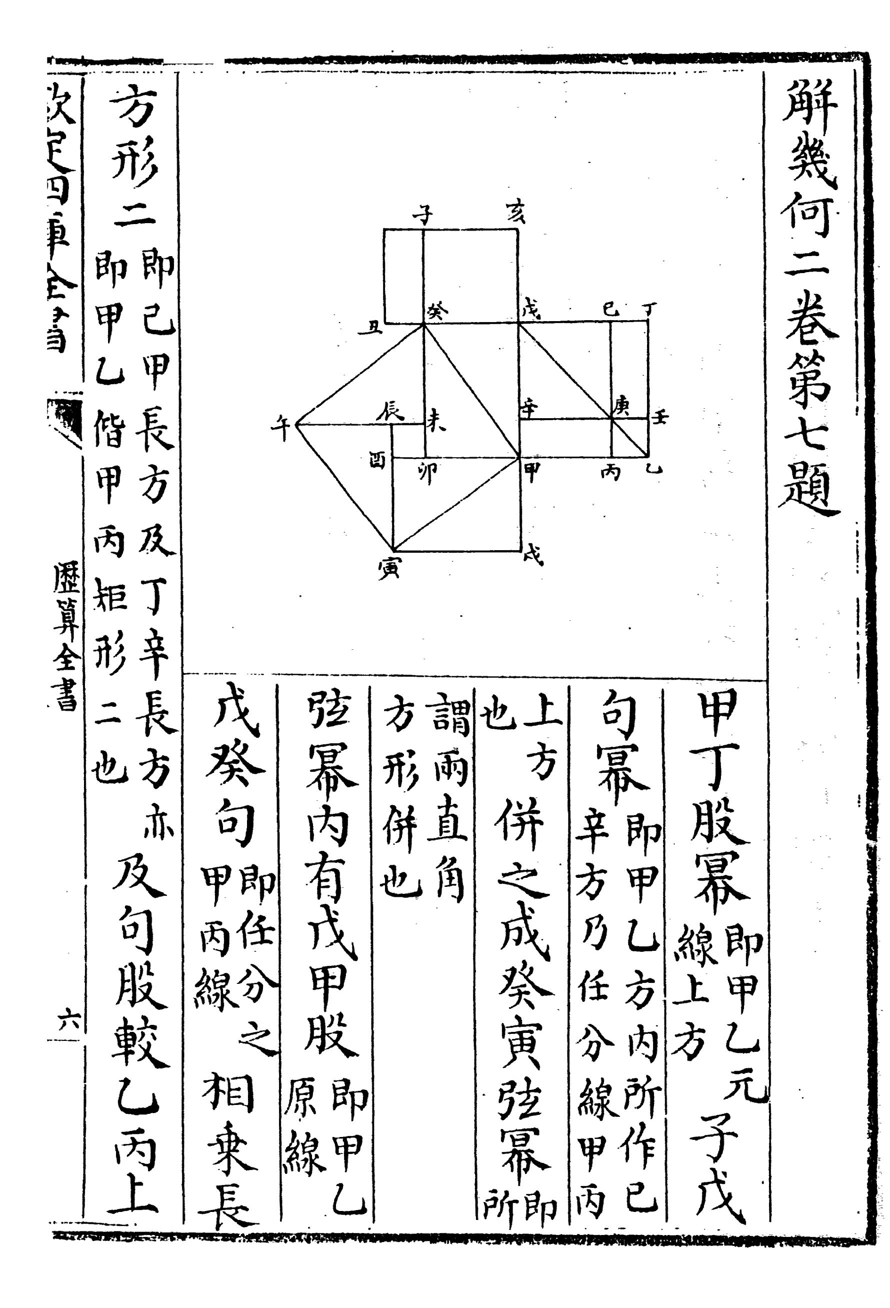
論曰凡大小方形相減則其餘必為兩形邊和較相乘之長方是故己形者句自乘之小方也戊庚辛句弦較乘句弦和之長方也合之成戊庚辛己形即弦自乘之大方矣

幾何二卷第五題以倍弦為甲乙原線以甲丙弦為平分之線以甲丁和乙丁較為任分之兩線以丁丙句為分內線其理一也

第六題以子丁倍句為原線以丁丙句為平分線以句弦較乙丁（即子甲）為引增線以丁甲句弦和為全線其理亦同

以數明之　甲丙弦八　丁丙句五　乙丁較三　丁甲和十三　和較相乘三十九　句自乘二十五　以句冪加和較長方共六十四與甲丙弦冪等

又論曰用股弦和較亦同



解幾何二卷第七題

甲丁股冪（即甲乙元線上方）子戊句冪（即甲乙方內所作已辛方乃任分線甲丙上方也）併之成癸寅弦冪（即所謂兩直角方形併也）弦冪內有戊甲股（即甲乙原線）戊癸句（即任分之甲丙線）相乘長方形二（即己甲長方及丁辛長方亦即甲乙偕甲丙矩形二也）及句股較乙丙上

方一即壬丙小方亦即所謂分餘線上方也

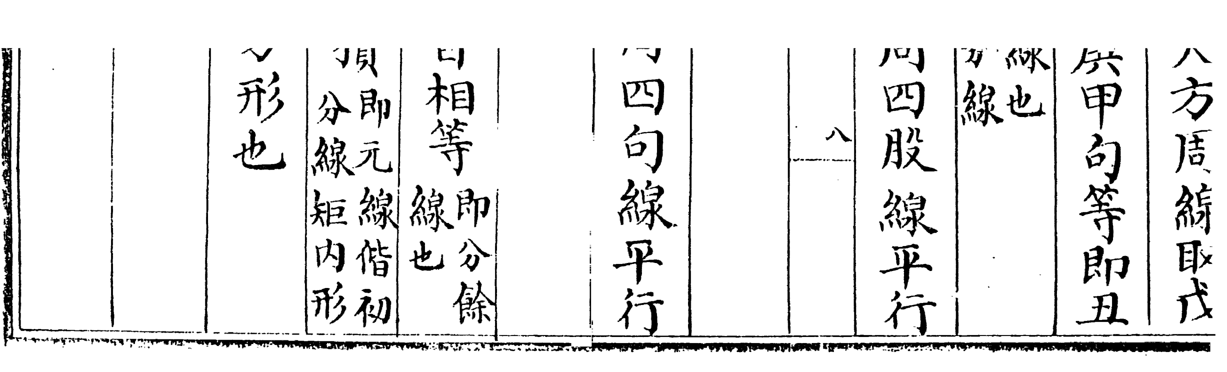
何以明之曰試於戊癸線引長至丑令丑癸如己丁較即乙丙遂作子丑小長方與丁庚等以益亥癸成亥丑長方與丁辛等亦與己甲等

次於癸寅內作甲酉寅辰午未癸卯四線皆與甲乙股等　自然有甲卯寅酉午辰癸未四線皆與戊癸句等

又自有未卯卯酉等句股較與乙丙較等　即顯弦冪內有句股形四較冪一也

試於弦冪內移午辰寅句股補癸戊甲之位成戊卯長方與己甲等又移癸未午句股補甲戌寅之位成戌酉長方與亥丑等而較冪未酉小方元與壬丙等又子丑小長方元與丁庚等

合而觀之豈非丁甲股冪及子戊句冪併即與己甲亥丑兩長方及壬丙小方等積乎



八方居綫取戊

兵甲句等即丑

線也
分線

內四股線平行

八

內四句線平行

曰相等
即分餘
線也

須
即元線偕初
分線矩內形

之形也

於

直角方也

丑己子皆與

巳 庚 甲

丁戊子己庚皆與甲乙股等即甲乙元線句線則初

次作丑癸庚辛乙壬子卯四線皆與外周

而等

自有丑壬子癸庚卯乙辛四線皆與外周

而等

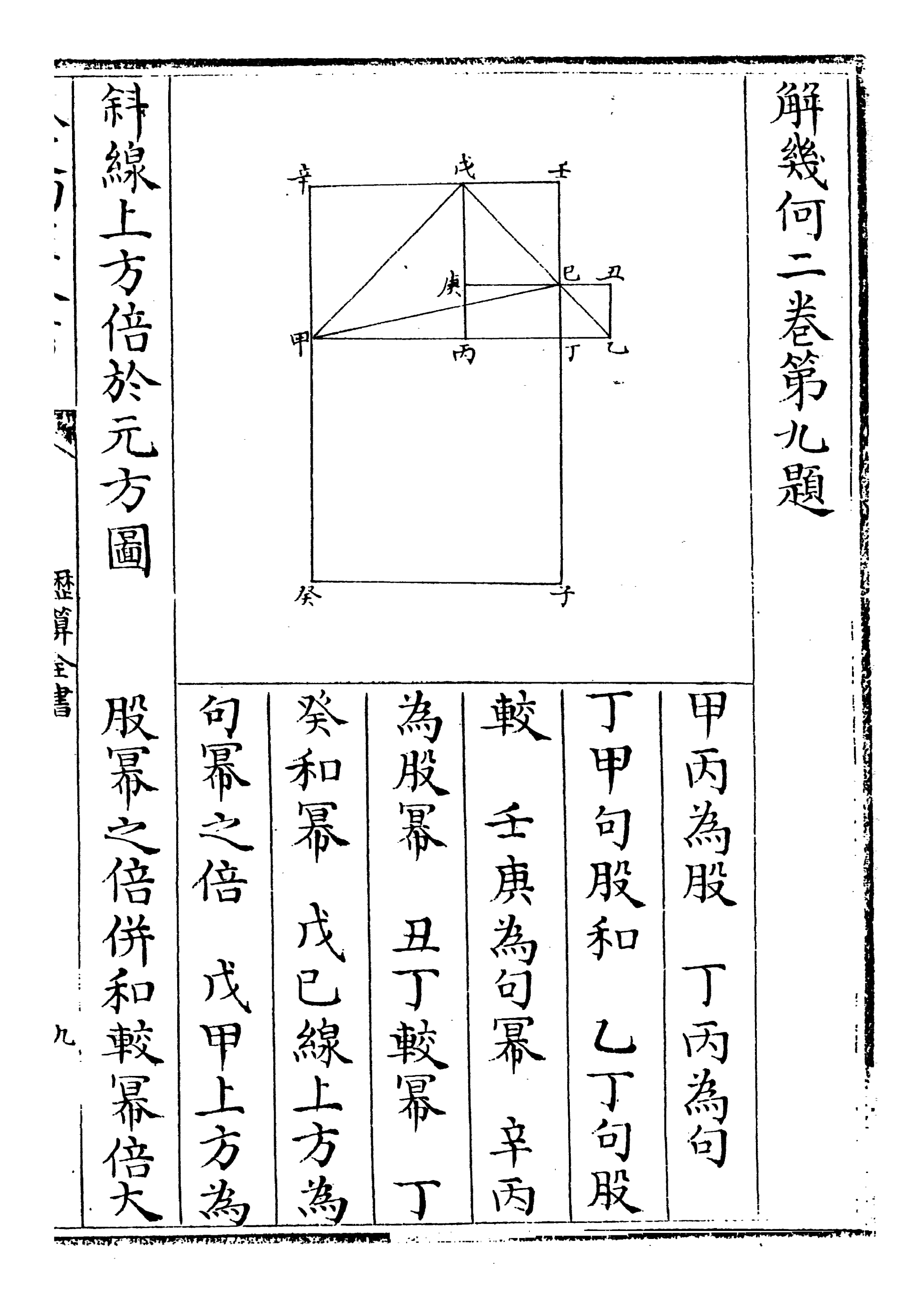
又有壬癸癸卯卯辛辛壬四句股較線

丁己和冪內有長方形四皆句乘股之積

四也

又有句股較自乘冪一即分餘線上方

解幾何二卷第九題



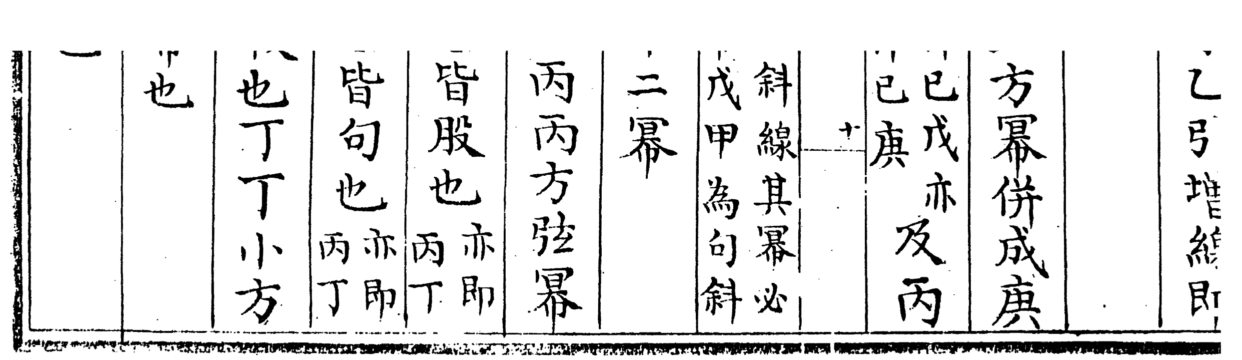
甲丙為股　丁丙為句　丁甲句股和　乙丁句股較　壬庚為句冪　辛丙為股冪　丑丁較冪　丁癸和冪　戊巳線上方為句冪之倍　戊甲上方為股冪之倍併和較冪冪倍大

斜線上方倍於元方圖

於句冪股冪之併古法倍弦冪內減句股和冪開方得較若減較冪亦開方得和即其理也

甲丙乙丁方內有甲乙斜線依斜線作庚戊辛己方則為元方之倍

論曰己丁較上方與丁甲和上方併之即己甲上方也戊己線上方與戊甲線上方併亦即己甲上方也　而戊己為句冪斜線戊甲為股冪斜線凡斜線上方形倍於原方故較冪併和冪亦倍大於句冪



乙引增線即

方冪併成庚

已戊亦已庚及丙

十

斜線其冪必戊甲為句斜

二冪

丙丙方弦冪

皆股也亦即丙丁

皆句也亦即丙丁

也丁丁小方

也

一

全綫即和 丁

較

准前論丁庚即乙丁較上方冪與丁甲和上

甲線上冪而庚甲冪內原兼有丙丁股即即

甲句二冪巳壬為股冪辛丙為句冪之倍數庚戊為股倍於股冪

線其冪必倍於句冪故庚甲冪內能兼戊庚及戊甲

古圖

丙丙線皆弦也

也甲丙之長者

丁甲丙之短者

丁丁線句股較

較冪也甲丙甲句股和也甲甲大方和冪

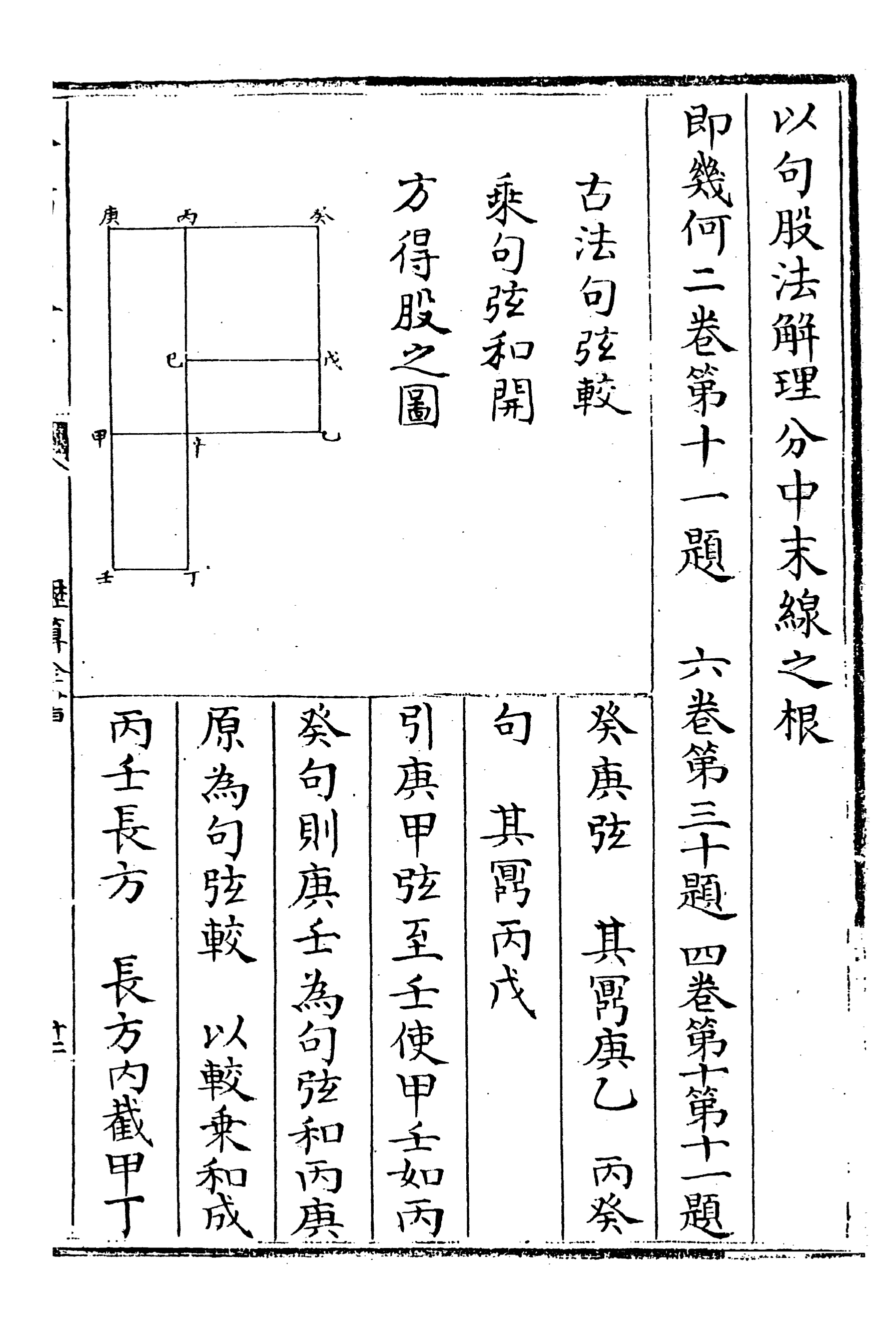
丁甲長方皆句股相乘即倍句股形積也

合而觀之則弦冪內有句股積四及較冪一也和冪內有句股積八及較冪一也　若倍弦冪則有句股積八及較冪二也故以和冪減倍弦冪得較冪　若以較冪減之亦得和冪矣

以句股法解理分中末線之根

即幾何二卷第十一題　六卷第三十題　四卷第十第十一題

古法句弦較乘句弦和開方得股之圖



癸庚弦　其冪庚乙　丙癸句　其冪丙戊

引庚甲弦至壬使甲壬如丙癸句則庚壬為句弦和丙庚原為句弦較　以較乘和成丙壬長方　長方內截甲丁

小長方與戊辛等　其餘庚辛

合而觀之是弦冪內兼有句弦較乘和之積及句冪

也

夫弦冪內原有句股二冪而今以句弦較乘和之積可

代股冪是句弦較乘和即同股冪也

句弦和及股

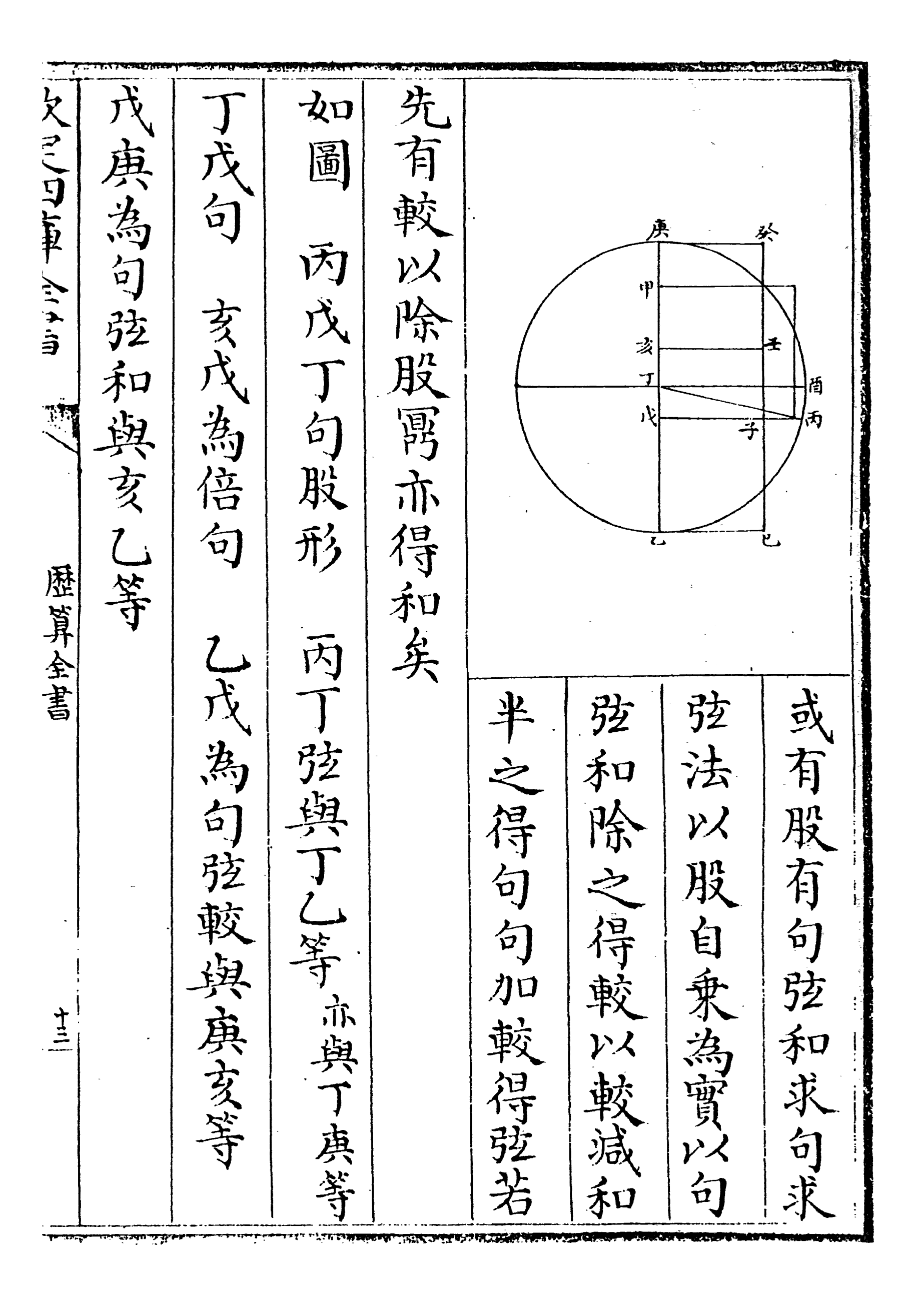
及句弦較為

連比例圖

用法

有句弦和　有句弦較

求股法以較乘和開方得股

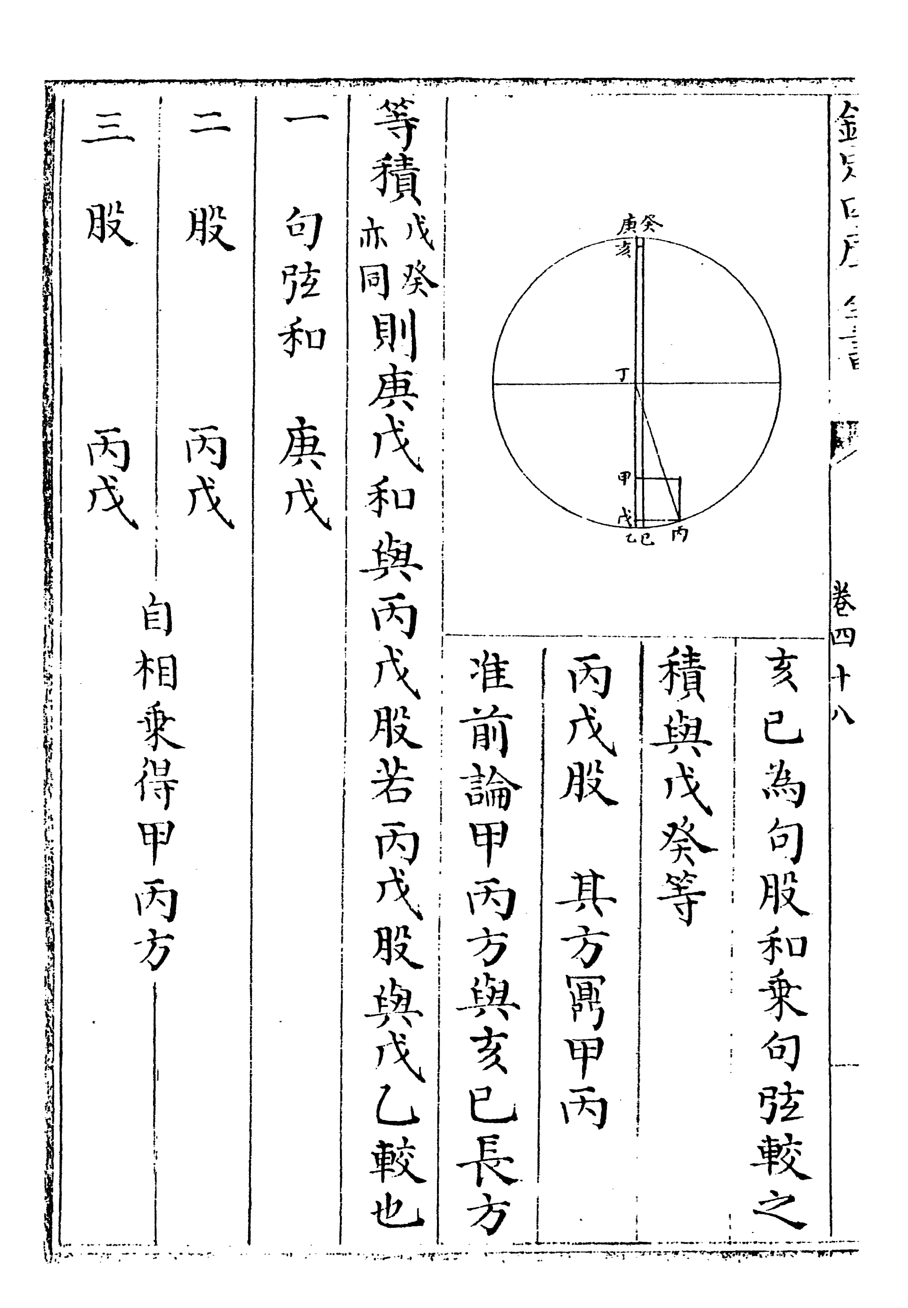


或有股有句弦和求句求弦法以股自乘為實以句弦和除之得較以較減和半之得句句加較得弦若先有較以除股冪亦得和矣

如圖　丙戊丁句股形　丙丁弦與丁乙等亦與丁庚等

丁戊句　亥戊為倍句　乙戊為句弦較與庚亥等

戊庚為句弦和與亥乙等



亥巳為句股和乘句弦較之積與戊癸等

丙戊股　其方冪甲丙

準前論甲丙方與亥巳長方等積戊癸亦同則庚戊和與丙戊股若丙戊股與戊乙較也

一　句弦和　庚戊

二　股　丙戊

　　自相乘得甲丙方

三　股　丙戊

四　句弦較　戊乙

以戊乙較減亥乙和餘亥戊倍句折半為句丁戊或丁亥或

戊乙較與丙戊股若丙戊股與庚戊和也

一　句股較　戊乙

二　股　丙戊

三　股　丙戊　自相乘得甲丙方

四　句股和　庚戊

又論曰以二圖合觀之凡倍句加句弦較即句弦和以

倍句減句弦和餘即句弦較

此不論句小股大如前圖或句大股小如後圖並同

此可以明倍句與句弦較必為句弦和之兩分線故以句弦和為全線則其内兼有倍句及句弦較之兩線矣

但倍句有時而大於較有時而小於較故不能自為連比例而必藉股以通之

今於句弦和全線内取倍句如股則先以股線為和較之中率者今以如股之倍句當之而倍句原係句弦和

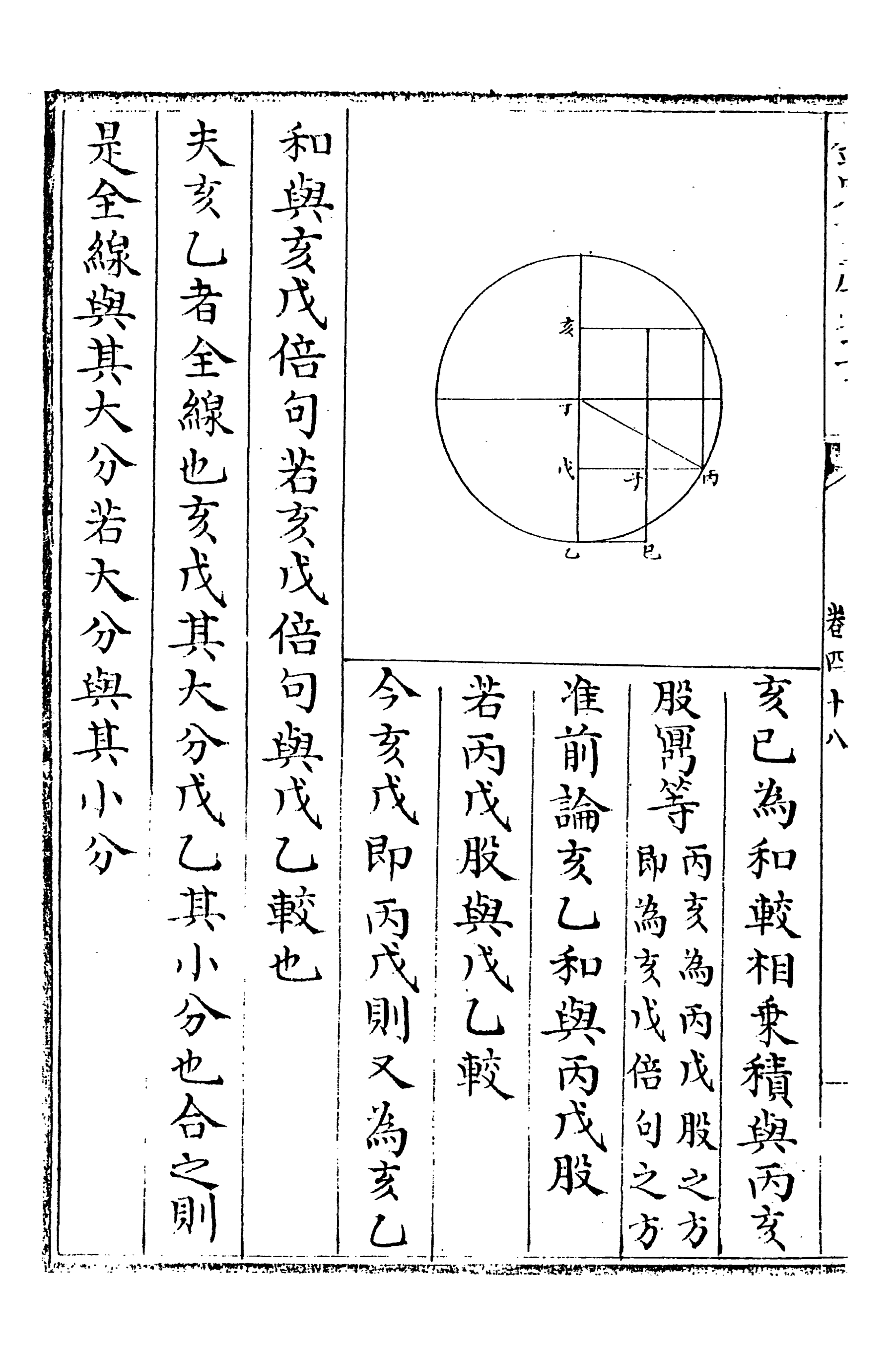
全線之大分於是和與倍句之比例若倍句與較亦即為全與大分若大分與小分此理分中末線所由出也下文詳之

丙戊線上取理分中末線

先以丙戊線命為股　以丙戊折半成丁戊命為句取丙丁弦與丁乙等則戊乙為句弦較

變股為倍句成　亥戊倍句與丙戊股等　以

理分中末線圖　加較成亥乙即句弦和

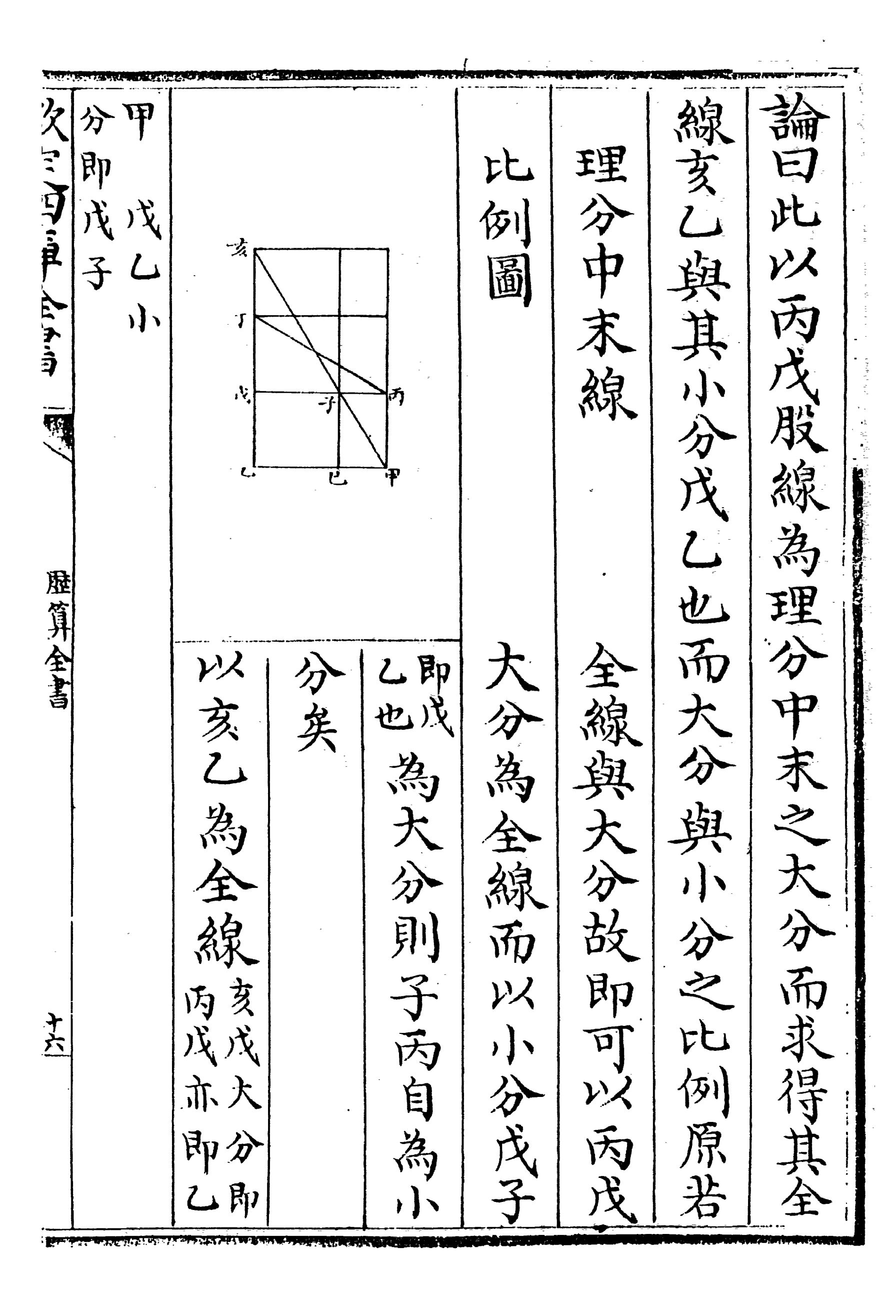


亥已為和較相乘積與丙亥股冪等丙亥為丙戊股之方即為亥戊倍句之方准前論亥乙和與丙戊股若丙戊股與戊乙較今亥戊即丙戊則又為亥乙和與亥戊倍句若亥戊倍句與戊乙較也

夫亥乙者全線也亥戊其大分戊乙其小分也合之則是全線與其大分若大分與其小分

論曰此以丙戊股線為理分中末之大分而求得其全
線亥乙與其小分戊乙也而大分與小分之比例原若
理分中末線全線與大分故即可以丙戊
大分為全線而以小分戊子即戊乙也為大分則子丙自為小
分矣以亥乙為全線亥戊大分即丙戊亦即乙
甲戊乙小分即戊子

比例圖



亥乙與乙甲（即亥戊大分）若亥戊與子戊也（即亥戊與戊乙）

理分中末線

此用亥乙甲大句股比亥戊子小句股

相生不窮圖

若丙戊為全線

則又戊子為大分（亦即子己）子丙

為小分（亦即己甲）為亥戊與戊子（即丙戊與戊子）若子己與己甲也（即子戊與子丙）

此用亥戊子大句股比子己甲小句股

亥戊與戊乙若戊子與子丙又相視之理也

又若子巳為全線

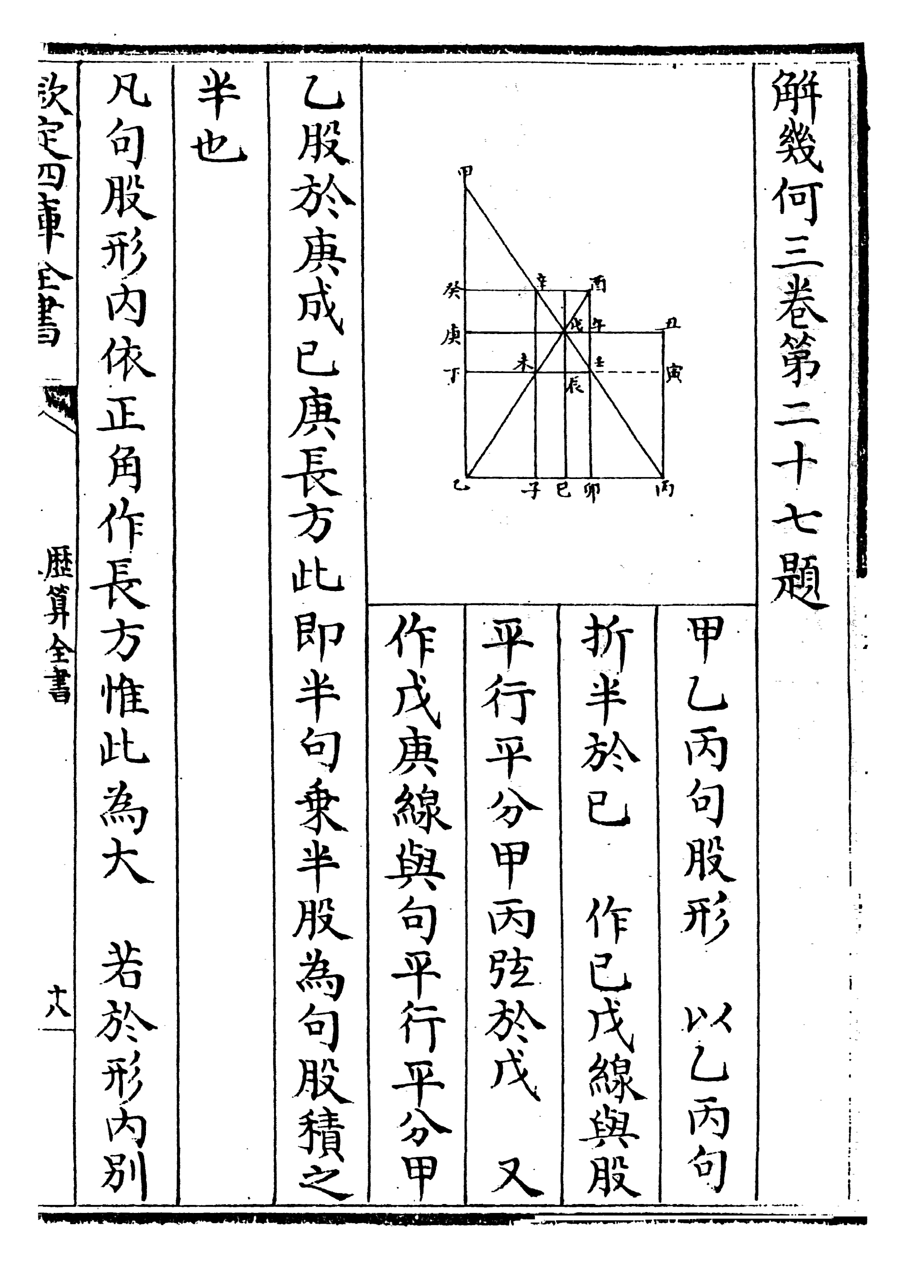
則子庚又為大分　庚巳又為小分

其法但於大分子巳內截取子庚如小分丙子作丙庚

小方則戊子即子巳與子丙若子庚與庚巳

似此推之可至無窮

解幾何三卷第二十七題



甲乙丙句股形　以乙丙句折半於巳　作巳戊線與股平行平分甲丙弦於戊　又作戊庚線與句平行平分甲乙股於庚成巳庚辰方此即半句乘半股為句股積之半也

凡句股形內依正角作長方惟此為大　若於形內別

作長方皆小皆不及句股半積也

今仍作卯丁形則小於己庚何以知之曰試作丑戊線與丙己半句平行而等又作丑丙線與戊己半股平行而等又引壬辰至寅引壬卯至午即顯壬丑形與壬己形等又乙辰原與己寅等則以己寅加壬丑而成丑午壬辰己之磬折形即亦與卯丁形等矣夫磬折形在丑己方形內而缺午辰之一角即相同磬折之卯丁形以較己庚半積方形亦缺戊未之一角也葢丑己等己庚

而所缺之午辰小方亦等戊未也　准此言之即凡作長方於丙戊界内者皆小於巳庚半積形也

又作子癸形則亦小於巳庚何以知之曰試作戊乙對角線引之至酉即顯癸未形與卯未形等即卯丁形與子癸形亦等而其小於巳庚形為所缺之戊未小方亦等矣　准此言之即凡作長方於甲戊界内者皆小於巳庚半積形也

又知句股内容方之積亦皆小於半積惟句股相等如

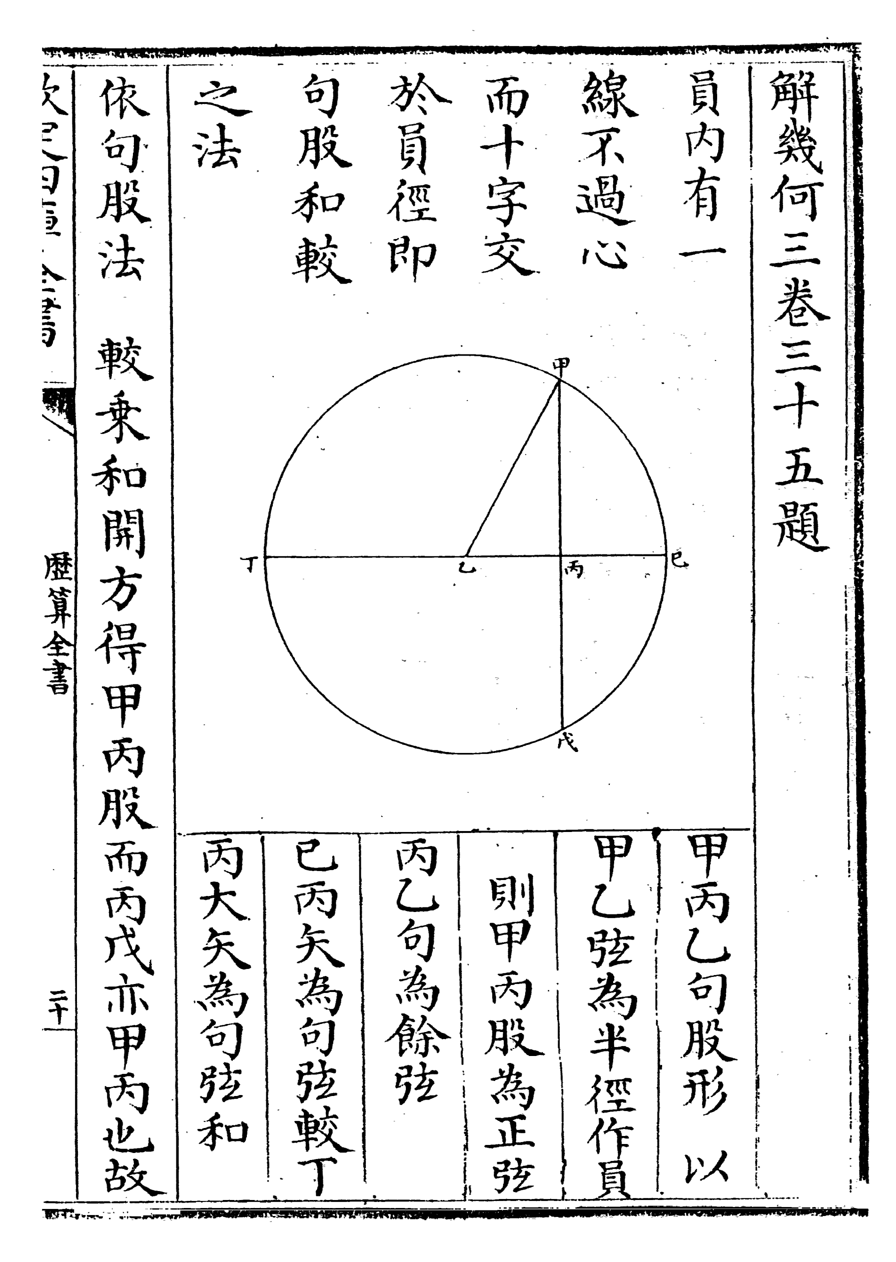
半方者容方即為半積

論曰此磬折形依弦線而成蓋即幾何所謂有闕依形也所闕之小方午辰及戊未皆與丑巳形相似而體勢等以有弦線為之對角也然以句股解之殊簡

又論曰若壬角在弦線上去戊角更遠則所缺之午辰小方亦更大而其形皆相似而體勢等辛角亦然

解幾何三卷三十五題

員內有一線不過心而十字交於員徑即句股和較之法



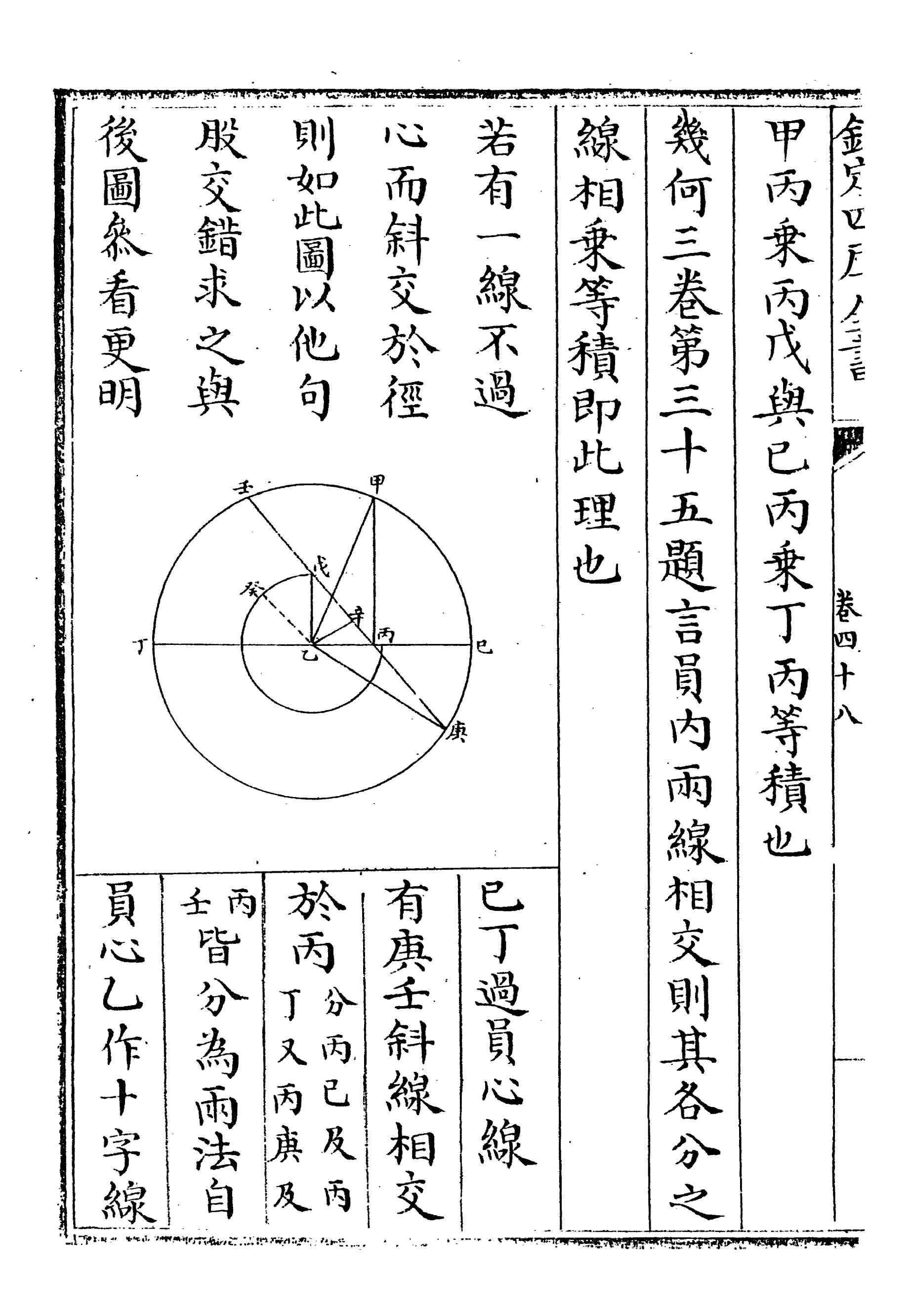
甲丙乙句股形 以甲乙弦為半徑作員則甲丙股為正弦丙乙句為餘弦己丙矢為句弦較丁丙大矢為句弦和

依句股法 較乘和開方得甲丙股而丙戊亦甲丙也故

甲丙乘丙戊與巳丙乘丁丙等積也

幾何三卷第三十五題言員內兩線相交則其各分之線相乘等積即此理也

若有一線不過心而斜交於徑則如此圖以他句股交錯求之與後圖參看更明



巳丁過員心線有庚壬斜線相交於丙分丙巳及丙丁又丙庚及丙壬皆分為兩法自員心乙作十字線

至辛平分庚壬為兩辛庚辛壬皆斜線之半

辛庚半線內又分辛丙為小線

以辛丙減辛庚餘庚丙為較以辛丙加辛壬成丙壬為和

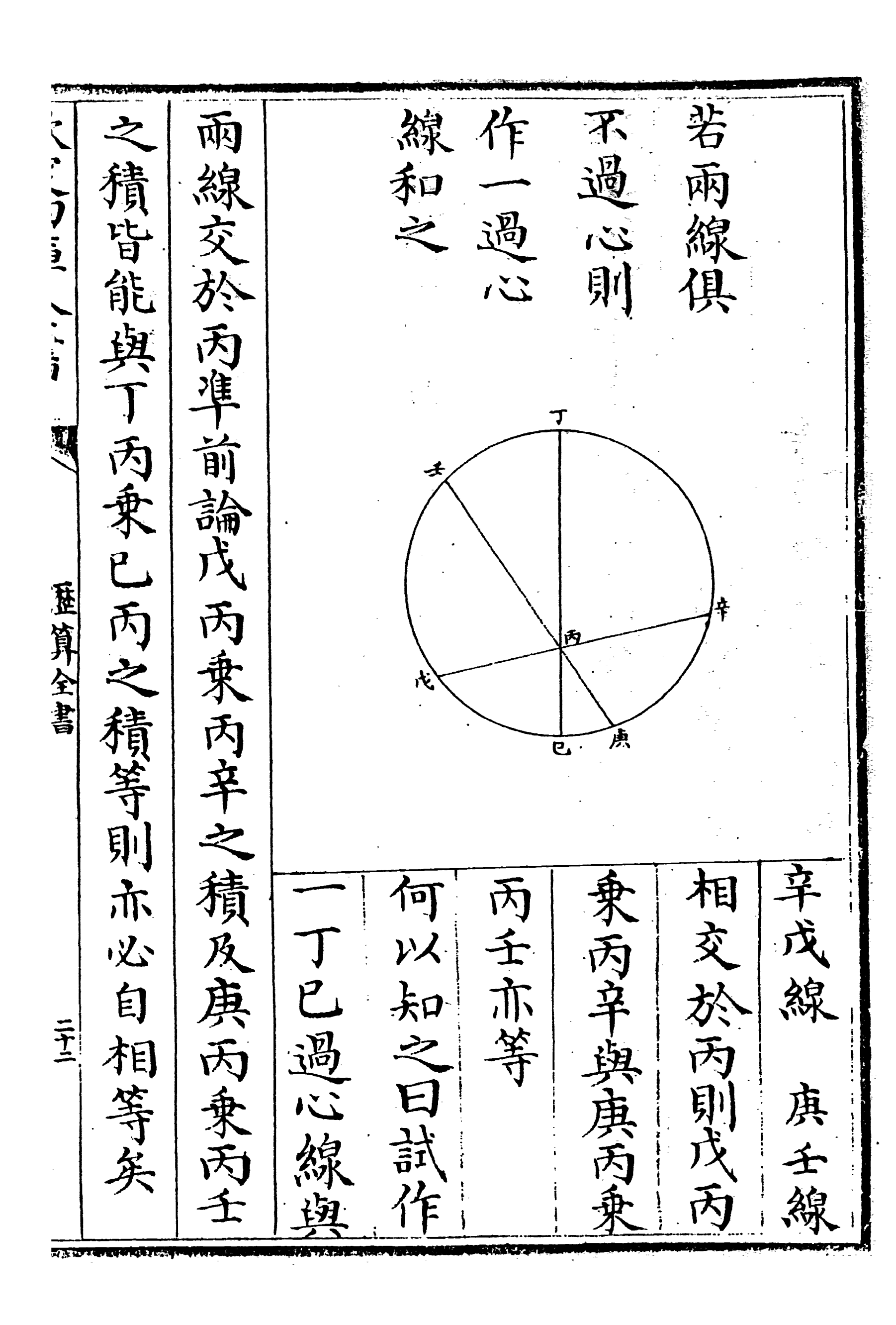
以大小二方相較之理言之庚辛方內有庚丙較乘丙壬和之積及辛丙方

乙辛庚句股形以乙庚為弦弦冪內兼有庚辛及乙辛句股二冪即兼有庚丙乘丙壬之積及辛丙乙辛二方也

又乙辛丙小句股形以乙丙為弦則乙丙方內兼有辛乙辛丙二方而甲丙乙句股形以同庚乙之甲乙為弦弦冪內兼有甲丙及乙丙二方　此兩弦者既等其冪必等而其所兼之辛丙乙辛二方又與乙丙方等則各減等率而其所餘之庚丙乘丙壬積亦必與甲丙方等矣

而已丙乘丙丁原與甲丙方等則已丙乘丙丁亦必與庚丙乘丙壬等矣

若兩線俱不過心則作一過心線和之



辛戊線　庚壬線相交於丙則戊丙乘丙辛與庚丙乘丙壬亦等

何以知之曰試作一丁巳過心線與兩線交於丙準前論戊丙乘丙辛之積及庚丙乘丙壬之積皆能與丁丙乘巳丙之積等則亦必自相等矣

又法

以大小兩句股相減

若不用乙戊乙癸線即前法

丁巳員徑有庚壬斜線相交於丙則庚丙乘丙壬與巳丙乘丙丁等

如法作乙辛及乙庚線成乙辛庚句股　又成乙辛丙小句股以丙辛句減庚辛句餘庚丙為較　以同丙辛句之辛戊加庚

辛句成庚戊為和即丙壬

又以乙丙弦即乙子亦即乙癸減庚乙弦餘子庚為較 又兩弦相加成庚癸為和即子丑以庚子較乘庚癸和與庚丙較乘丙壬和之積必等詳後條而己丙即庚子丙丁即子丑亦即庚癸故己丙乘丙丁與庚丙乘丙壬亦等

又大小方相減之理 庚乙方內兼有庚子乘庚癸之積及乙子方即如兼有庚丙乘丙壬之積及乙丙方也乙丙即乙子

而同庚乙之甲乙弦冪内原兼有甲丙方及乙丙方此庚乙甲乙兩積内各減去乙丙方則所存者一為庚丙乘丙壬之積一為甲丙自乘積此所餘兩積亦必相同可知矣

又巳丙乘丙丁之積原與甲丙方等則亦與庚丙乘壬等矣

先解兩方相減

寅辛大方内減子巳小方 寅辰為兩方邊之較卯辰為兩方之和即子辛

兩方相減又兩句股相加減合圖

法以小方邊乙子為度于大方邊截取乙辰乙戊作辰午線及戊未線成辰戊小方與巳子等為減去之積其餘為寅午長方即二方較線寅辰乘大方邊之積及未辛長方即較線午未乘小方邊之積

末取未辛長方移補丑卯之位成卯寅長方即較乘和之積

又庚甲大方內減己癸小方丁辛為兩方較己辛為兩方和亦即辛丙

如法作丁壬癸戊二線減去丁癸小方與己癸等其餘

辛壬壬癸兩長方又移癸壬為丙壬戍丁丙長方即較

乘和之積也

準此論之凡大小二方相減其所餘者必皆為較乘和

之積

次解兩句股形相減　凡兩句股同高即可相加減謂股

數同也

乙庚辛句股內減乙庚丁句股　則以丁庚句減辛庚句餘辛丁為兩句之較　又以同丁庚之巳庚句加辛庚句成辛己為兩句之和　和乘較成丁丙長方

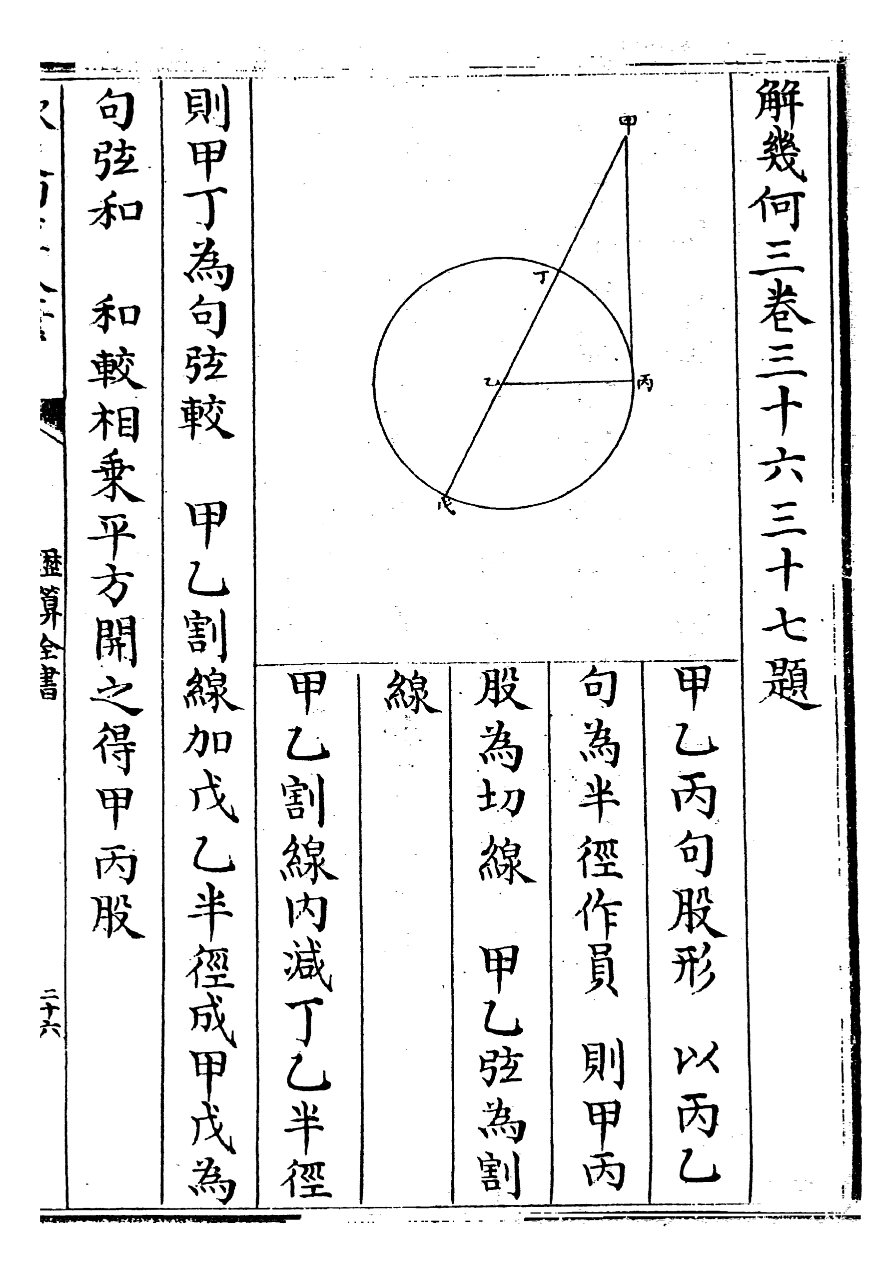
又以乙丁弦減辛乙弦餘辛戊為兩弦之較　又兩弦相加成辛子為兩弦之和戊乙子乙並同丁乙　和乘較成卯寅長方

此兩長方者其積必等無論乙為正角或鈍角或銳角並同

何以明其然也曰依句股法乙辛弦上方兼有乙庚庚辛上二方又乙已弦上方兼有乙庚庚已上一方今既以乙已上方減乙辛上方則各所兼之乙庚方已相同而減盡故乙辛上方之多於乙已上方者即是庚辛上方多於庚已上方之數也

又所用者是兩分之乙庚辛句股及乙庚已句股即乙庚丁

故不論乙角鋭鈍其法悉同也



解幾何三卷三十六三十七題

甲乙丙句股形　以丙乙句為半徑作圓　則甲丙股為切線　甲乙弦為割線

甲乙割線內減丁乙半徑則甲丁為句弦較　甲乙割線加戊乙半徑成甲戊為句弦和　和較相乘平方開之得甲丙股

幾何三卷第三十六題三十七題之理葢出於此

若割員線不過乙心　如甲庚　則以他句股明之

法自乙心向割員線作乙巳為十字正交線則割線之在員内者平分為兩子巳巳庚並為員内線子庚之半

又作乙子半徑成子巳乙小句股則子乙小弦上方冪兼有子巳小股乙巳小

句兩冪又甲庚總線既分於己則甲己大線内減子己小線其餘甲子在員外者為較　以小線己庚加大線甲己成甲庚總為和

凡大小二方相較則大方内兼有較乘和及小方之積

則是甲己冪内必兼有甲子乘甲庚之長方及子己方也

又甲己乙亦句股形其甲

乙弦內原兼有甲巳及乙巳句股二冪即是兼有甲子
乘甲庚之長方及子巳方與乙巳方也而子巳及巳乙
二方原合之成一子乙方子乙即丙乙也是合丙乙方
與甲子成甲寅之長方而成甲乙方也
又甲丙乙句股形　同以甲乙為弦原合丙乙方與甲
丙方而成甲乙方
兩形之甲乙方內各去其相等之丙乙方則其餘積一
為甲子乘甲寅之長方一為甲丙自乘方是二者不得

不等矣

用法

凡測平員形　既得甲丙切線　自乘為實　以甲丁之距為法除之得甲戊之距以甲丁距減之得丁戊員徑

若欲測庚物之在員周者亦以甲丙切線自乘為實以甲子為法除之即得甲庚之距

又法用兩句股相加減

甲乙丙句股形　以乙丙句為半徑作員　又以甲乙弦為半徑作外員　自外員任取甲點作過心員徑至戊　又任作一不過心斜線入內員至庚　則以兩員間距線乘其全線皆與股冪等而亦自相等

如以甲丁乘甲戊或甲壬乘甲庚其積皆等又皆與甲丙切線上方冪等

法以兩句股相加減

先自乙心作乙辛十字正線平分壬庚線於辛成乙辛甲句股

又作乙壬乙庚二線成乙辛壬小句股與乙辛庚等

法以辛壬與甲辛相減餘甲壬為兩句之較

又相加成甲庚全線為兩句之和則以甲壬乘甲庚為句之較乘和也

又以乙壬與甲乙相減餘甲丁為兩弦之較

亦相加成甲戊全線為兩弦之和則以甲丁乘甲戊為弦之較乘和也

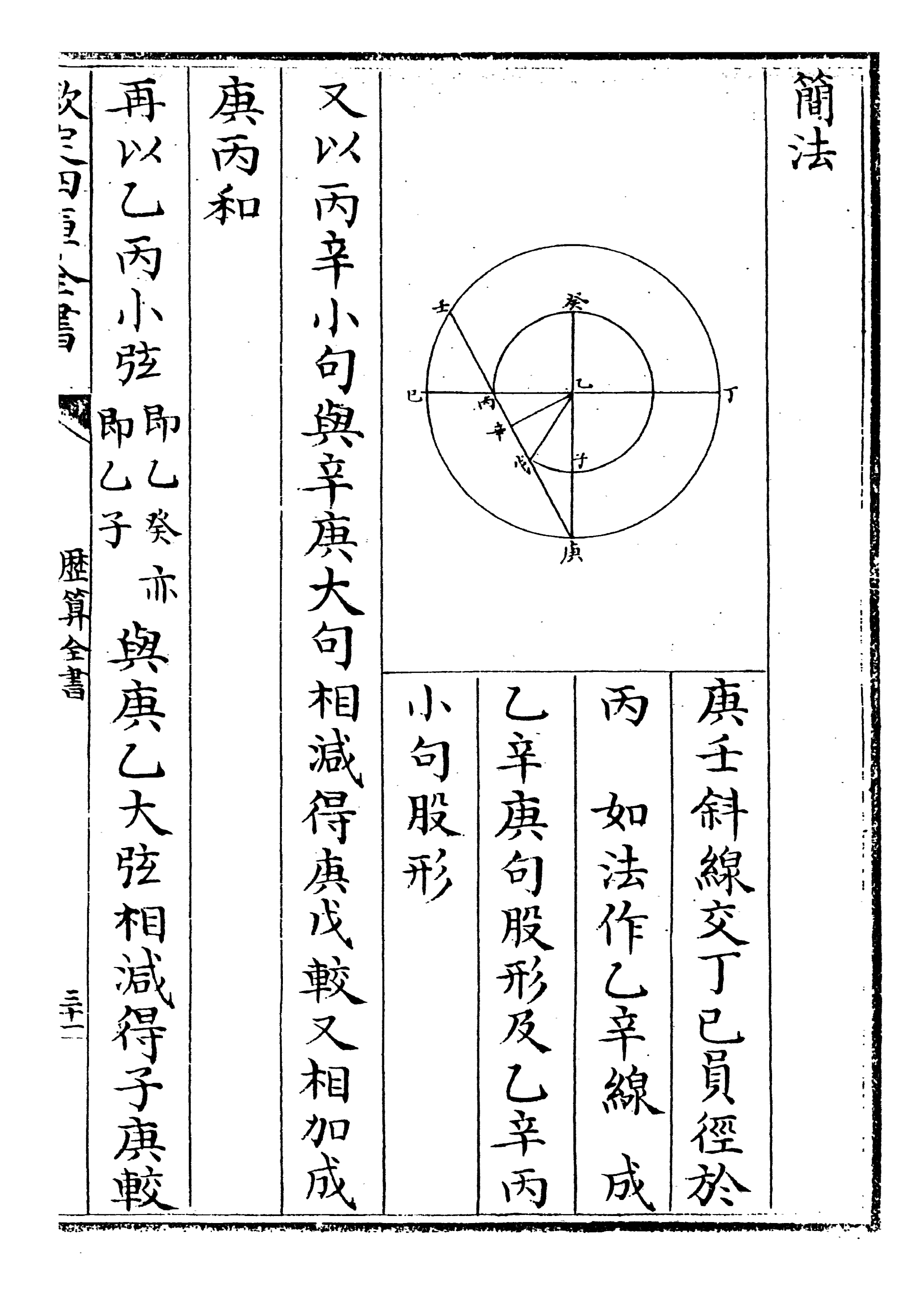
此句與弦之和較相乘兩積必等

而甲丁乘甲戊原與甲丙自乘等以甲丙乙句股言之也故三積俱等

凖此論之凡自甲點任作多線入內員其法並同　不但此也但於外員周任作線入內員亦同如於丑作丑戊線則丑卯乘丑戊亦與甲丙冪等

何以知之曰試於丑作丑寅過心線即諸數並同甲戊矣而丑卯戊之於丑辰寅猶甲壬寅之於甲丁戊故也

簡法



庚壬斜線交丁己員徑於丙 如法作乙辛線 成乙辛庚句股形及乙辛丙小句股形

又以丙辛小句與辛庚大句相減得庚戊較又相加成庚丙和

再以乙丙小弦 即乙癸亦即乙子 與庚乙大弦相減得子庚較

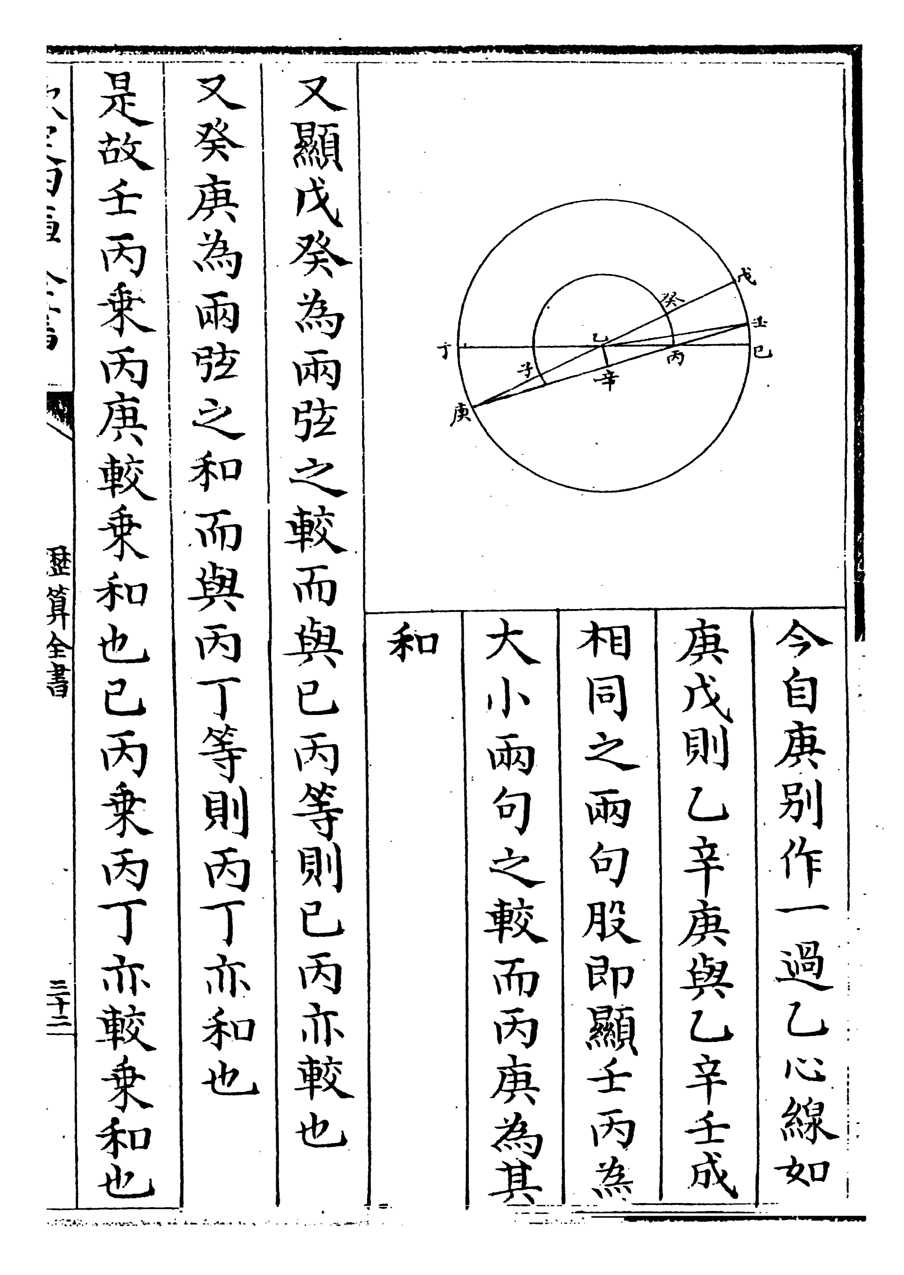
又相加成癸庚和

依大小兩句股相加減法庚戊較乘庚丙和與子庚較乘庚癸和同積

而壬丙原同庚戊又巳丙原同子庚而丁丙亦同癸庚則壬丙乘庚丙亦必與巳丙乘丁丙同積矣

又簡法

壬庚線斜交巳丁員徑於丙　依法作乙辛又作乙壬線　成乙辛壬句股及乙辛丙小句股皆如前



今自庚别作一過乙心線如庚戊則乙辛庚與乙辛壬成相同之兩句股即顯壬丙為大小兩句之較而丙庚為其和

又顯戊癸為兩弦之較而與己丙等則己丙亦較也

又癸庚為兩弦之和而與丙丁等則丙丁亦和也

是故壬丙乘丙庚較乘和也己丙乘丙丁亦較乘和也

而其積必等

歴算全書卷四十八

欽定四庫全書

子部

歷算全書卷四十九至五十二

詳校官欽天監博士臣張天樞

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官編修臣王燕緒

校對官五官靈臺郎臣陳際新

謄録監生臣沈啟晉

繪圖監生臣周履信

